

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 октября 2023 года

Вариант МА2310109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

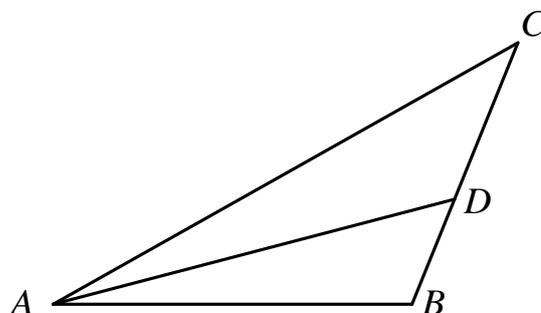
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 32° , AD — биссектриса, угол BAD равен 23° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.

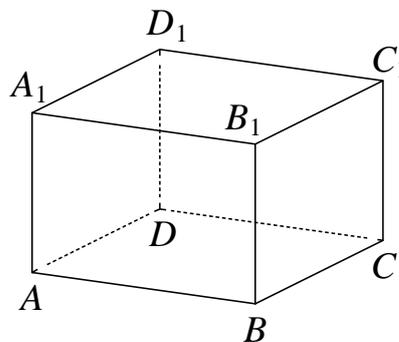


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(1;2)$, $\vec{b}(3;-6)$ и $\vec{c}(4;-3)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки D , A_1 , B_1 , D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 2$, $AD = 9$, $AA_1 = 5$.



Ответ: _____.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 7 прыгунов из России и 10 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четырнадцатым будет выступать прыгун из России.

Ответ: _____.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

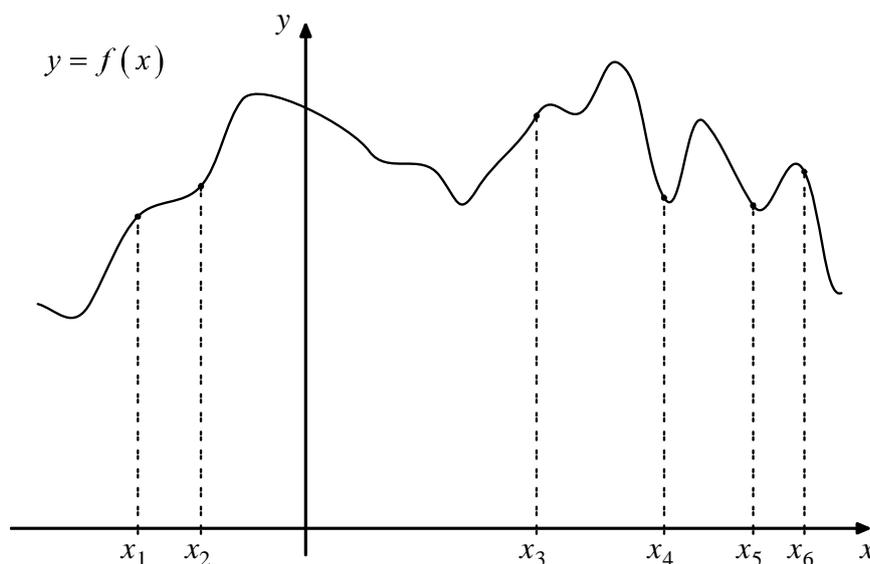
- 6 Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 19} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(25x^2 + 9y^2 - (5x + 3y)^2) : (2xy)$ при $x = 17\frac{5}{101}$, $y = \sqrt{305}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$.



Сколько из отмеченных точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

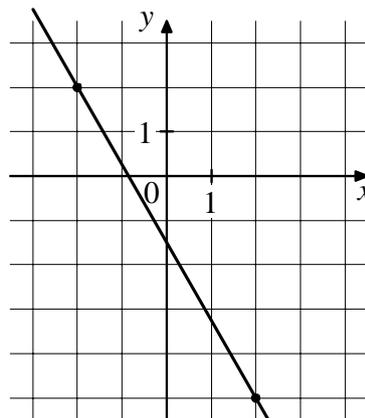
- 9** Два тела, массой $m=10$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v=6$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса в килограммах, v — скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 90 джоулей.

Ответ: _____.

- 10** Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 40 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 13 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 16$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{-15 - 16x - x^2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin 2x = \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через середину M диагонали AC_1 проведена плоскость α перпендикулярно этой диагонали, $AB = 13$, $BC = 5$, $AA_1 = 12$.

а) Докажите, что плоскость α содержит точку D_1 .б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро $A_1 B_1$.

15

Решите неравенство $x^3 + 6x^2 + \frac{8x^2 + 5x - 15}{x - 3} \leq 5$.

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 22 % по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1649 тысяч рублей?

17 На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка M , что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC .

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 6$, $BC = 24$, $\angle BAD = 60^\circ$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x+3| + (5-a)|x-3| - 6 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 Сумма цифр трёхзначного числа A равна S .

а) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1105?

б) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1106?

в) Найдите наименьшее значение произведения $A \cdot S$, если известно, что оно больше 3978.

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 октября 2023 года

Вариант МА2310110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

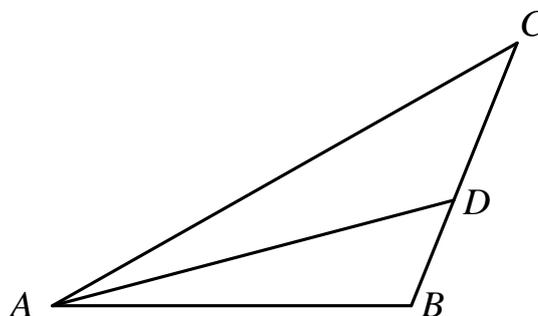
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 23° , AD — биссектриса, угол BAD равен 19° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.

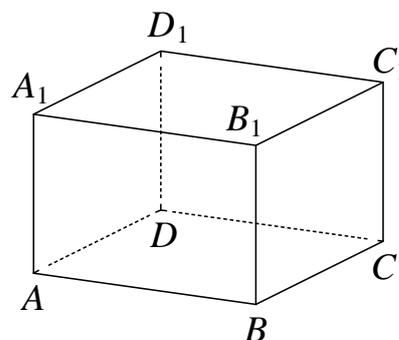


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(3;1)$, $\vec{b}(2;-3)$ и $\vec{c}(-2;1)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A , D , B , A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4$, $AD = 10$, $AA_1 = 6$.



Ответ: _____.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 7 прыгунов из Италии и 10 прыгунов из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать вторым будет выступать прыгун из Италии.

Ответ: _____.

5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

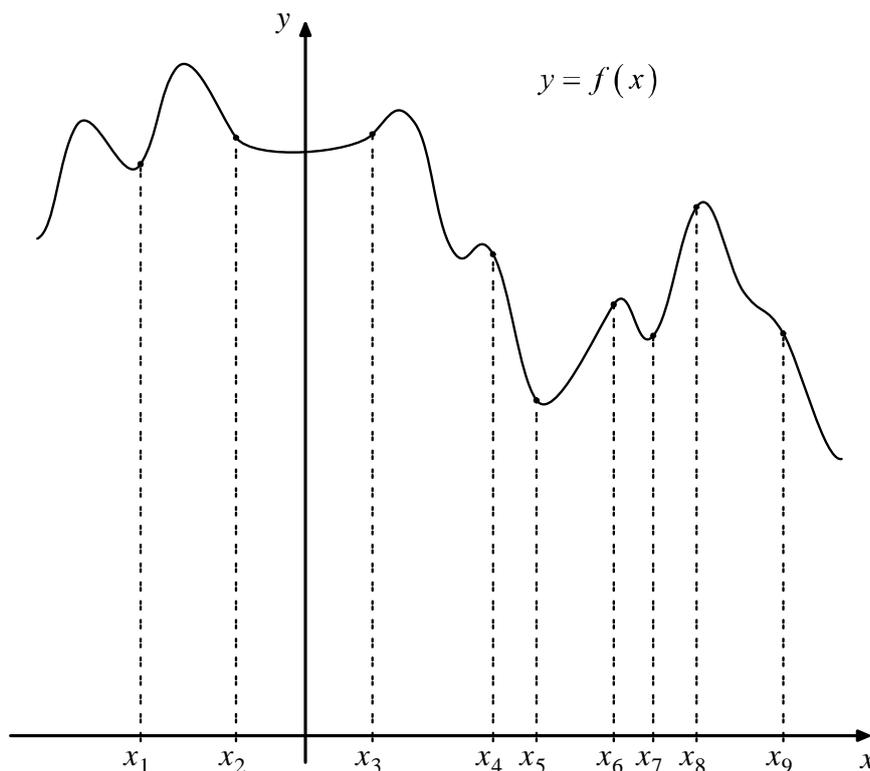
6 Решите уравнение $\frac{2}{x^2 - 14} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(16x^2 + 9y^2 - (4x - 3y)^2) : (-6xy)$ при $x = 15\frac{7}{99}$, $y = \sqrt{317}$.

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$.



Сколько из отмеченных точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

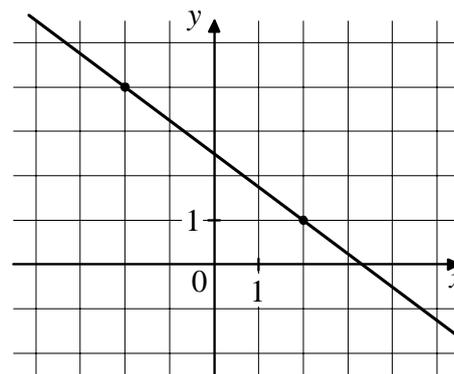
- 9** Два тела, массой $m = 12$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 5$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса в килограммах, v — скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 75 джоулей.

Ответ: _____.

- 10** Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 40 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 8 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -8$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{32 + 14x - x^2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через середину M диагонали AC_1 проведена плоскость α перпендикулярно этой диагонали, $AB = 17$, $BC = 8$, $AA_1 = 15$.

а) Докажите, что плоскость α содержит точку D_1 .

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро $A_1 B_1$.

- 15 Решите неравенство $x^3 - 5x^2 + \frac{6x^2 + 7x + 14}{x + 2} \geq 7$.

16 В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2025, 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030, 2031 и 2032 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2200 тысяч рублей?

17 На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка M , что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC .

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 16$, $BC = 24$, $\angle BAD = 60^\circ$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x + 2| + (3 - a)|x - 2| + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 Сумма цифр трёхзначного числа A равна S .

а) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1057?

б) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1058?

в) Найдите наименьшее значение произведения $A \cdot S$, если известно, что оно больше 864.