## ВсОШ "Сириус" по Математике 15.10.2024 г. Москва

### 7 класс

**Задание 1: Несколько мальчиков купили в магазине по 5 пачек печенья, а экономная девочка Таня купила меньше.** В каждой пачке по 12 печений. У всех детей вместе оказалось 396 печений. Сколько пачек печенья купила Таня?

**Задание 2: Четыре числа a, b, c и d таковы, что верна пропорция**



Найдите произведение всех четырёх чисел.

**Задание 3: Алёна, Полина и Маша хотели поиграть на игровых автоматах. Оказалось, что Алёне не хватает 40 рублей для оплаты четырёх игр, Полине 30 рублей для оплаты двух игр, а Маше 77 рублей для оплаты одной игры.** Тогда они сложили свои деньги, и выяснилось, что у них 700 рублей на всех. Сколько стоит одна игра?
→ [Узнать ответ](https://pndexam.ru/product/15-16-10-2024-shkolniy-etap-sirius-2-mathematics/)

**Задание 4: Тройняшкам Маше, Полине и Эрике подарили детскую музыкальную игрушку с 25 кнопочками, каждая из которых загорается при нажатии, а при повторном нажатии гаснет.** Изначально ни одна из кнопок не горела. Сначала Маша нажала на 17 различных кнопок, потом Полина на 18, а Эрика на 20. В результате все кнопки загорелись. Сколько кнопок было нажато трижды?

**Задание 5: Квадрат 7×7, показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток**Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



→ [Узнать ответ](https://pndexam.ru/product/15-16-10-2024-shkolniy-etap-sirius-2-mathematics/)

**Задание 6: На балу присутствует не более 20 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют 2/5 всех мужчин и 4/7 всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?**

**Задание 7: Среди трёх друзей один выше всех по росту, другой старше всех, а третий самый хитрый. Самый высокий всегда говорит правду, самый старший всегда лжёт, а самый хитрый может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Петя, и Вася сказали: «Я самый хитрый!», а Алёша добавил: «Петя выше самого хитрого из нас». Кто из ребят старше всех?**Алёша
Вася
Петя

**Задание 8:  В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 10×12 сидят 7 жуков.  За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.**

### 8 класс

**Задание 1: Аня нарисовала на плоскости квадрат и поделила верхнюю и нижнюю его стороны на 10 равных частей каждую.** Затем она провела 11 прямых, соединяющих самую левую верхнюю точку с самой правой нижней, вторую слева верхнюю точку со второй справа нижней и так далее. После этого она поделила правую и левую стороны на 8 равных частей каждую и провела 7 горизонтальных прямых через точки деления. На сколько частей эти отрезки поделили квадрат?
На рисунке показан пример, когда сначала она провела 6 отрезков сверху вниз, а затем 3 горизонтальных.



**Задание 2:  Однажды утром 10 января Кот в сапогах обнаружил, что его вес стал на 20 % больше, чем был до новогодних праздников.** Чтобы восстановить форму, Кот в сапогах сел на диету и вскоре обнаружил, что его вес уменьшился на 20 % по сравнению с весом 10 января и на 236 граммов по сравнению с весом до новогодних праздников. Сколько весил Кот в сапогах до новогодних праздников? Ответ выразите в килограммах.

**Задание 3: Из клетчатого квадрата 11×11 вырезали часть угловых клеток, а оставшуюся фигуру разбили на квадраты со сторонами 1 и 3 так, чтобы квадратов каждого типа получилось поровну. Сколько клеток могло быть вырезано?**

**Задание 4:  В кошельке лежит 1000 рублей одно‑, двух‑ и пятирублёвыми монетами. Известно, что общее число монет равно 300 и что монет каких‑то двух достоинств равное количество. Найдите это количество.**

**Задание 5: Сколько клетчатых прямоугольников, содержащих ровно одну закрашенную клетку, изображено на рисунке? Любой квадрат (в частности, сам квадрат 5×5) является прямоугольником.**



**Задание 6: В соревновании по настольному теннису участвовало ровно 58 школьников, среди которых половина рыцари, всегда говорящие правду, и половина лжецы, которые всегда лгут. По правилам турнира проигравший выбывал.** В результате после нескольких игр ровно половина ребят выбыла. После этих событий каждый из оставшихся участников заявил, что выиграл ровно у одного рыцаря. Какое наибольшее количество рыцарей могло остаться среди участников турнира?

**Задание 7: Даша нарисовала прямоугольник с целыми сторонами. Катя нарисовала свой прямоугольник, уменьшив длину Дашиного на 2 и увеличив ширину на 3.** Таня тоже нарисовала свой прямоугольник, уменьшив длину Дашиного на 3 и увеличив ширину на 5. Оказалось, что площади прямоугольников Кати и Тани равны. Выберите все возможные значения периметра прямоугольника Даши:
50
52
54
100
206

**Задание 8: Угол C треугольника ABC равен 60∘. На продолжении стороны BC за точку C выбрана точка D так, что DC+CA=BC. Оказалось, что ∠ADB=40∘. Найдите угол BAD. Ответ выразите в градусах.**

### 9 класс

**Задание 1: В зрительном зале расставили стулья в 20 рядов, по 11 в каждом из них. Стулья пронумерованы: сначала от 1 до 11 в первом ряду, потом от 12 до 22 во втором ряду и так далее. Зрителям выдали билеты на спектакль с указанием номера стула.** В перерыве решили сделать 20 рядов по 14 стульев в каждом и пронумеровать: сначала от 1 до 14 в первом ряду, потом от 15 до 28 во втором и так далее; зрители сели согласно указанным в билете номерам. Сколько зрителей теперь оказалось в том же ряду, что первоначально?

**Задание 2: На стороне AC треугольника ABC отмечена точка E. Известно, что ∠EBC=25∘, ∠BCA=32∘, ∠BAC=60∘**. Точка D на плоскости такова, что AD∥BE. Какое наименьшее значение может принимать величина угла ∠DAB? Ответ выразите в градусах.

**Задание 3: Жора задумал три натуральных числа a, b, c. Чему могут равняться a+b, b+c и c+a?**101, 209, 306
206, 305, 404
404, 504, 704
101, 202, 505
301, 302, 607

**Задание 4: В турнире по боксу принимают участие 32 человека. Правила турнира таковы, что матч обязательно заканчивается победой одного из участников (т.е. ничьих не бывает).** Турнир на выбывание: проигравший в каком‑то поединке участник выбывает и больше не принимает участие в соревнованиях. По окончании турнира выяснилось, что N участников провели на ринге не менее 7 матчей. При каком наибольшем N такое возможно?

**Задание 5: Саша и Юра задумали по числу от 1 до 10, после чего Саша заявил: «Неважно, какое число ты задумал, в произведении наших чисел нет цифры 6»**. Юра ответил: «Тогда сумма наших чисел равна 14». Саша и Юра не ошибаются. Какое число задумал Юра?

**Задание 6: Баба Яга готовит зелье. Рецепт подразумевает, что в зелье должны попасть:**

* не более 5 лягушек (возможно, 0);
* чётное число волчьих зубов (возможно, 0);
* кратное шести число драконьих чешуек (возможно, 0);
* ровно 2025 ингредиентов.

Сколькими способами Баба Яга может приготовить зелье? Порядок добавления ингредиентов неважен.

**Задание 7: Длины сторон AB и AD прямоугольника ABCD равны 16 и 27 соответственно.** Пусть M середина стороны CD, и пусть K такая точка на плоскости, что A середина отрезка KM. Найдите площадь треугольника KBD.

Задание 8:Простое число p таково, что для любых a и b числа 11a+5b и a+4b или оба делятся на p, или оба не делятся. Чему может быть равно p? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

### 10 класс

**Задание 1.**Боковые грани пирамиды четыре равных равнобедренных треугольника. На этих гранях проведены отрезки, параллельные основанию, как показано на чертеже. Длины путей, отмеченные на чертежах красным, соответственно равны a, b и c.



Выберите верное утверждение:
a=b=c
b=c>a
b<c<a
a>b=c

**Задание 2: Действительные числа x и y таковы, что**



Какое наибольшее значение может принимать y?

**Задание 3: На чертеже четырёхугольник ABCD вписан в окружность ω. Прямая, проходящая через точку D и параллельная AB, пересекает ω в точке P. Известно, что ∠PDC=20∘, ∠DPB=85∘.**



Найдите величину угла ∠ABC. Ответ выразите в градусах.

**Задание 4: Натуральные числа a, b и c таковы, что НОД (a, b) =2 и НОД (b, c) =4. Чему может быть равен НОД (a, c)? Выберите все верные ответы:**1
2
3
6
12

**Задание 5: У Жоры есть коробка конфет, в которой конфеты расположены прямоугольником 4×10 (4 строчки, 10 столбцов).** Жора берёт по одной конфете, каждый раз выбирая из строки, в которой осталось максимальное количество конфет; если таких несколько из любой из них. Сколькими способами Жора мог съесть первые 5 конфет? Порядок поедания важен.

**Задание 6: Прямая ℓ, пересекающая стороны AB и AC треугольника ABC, разбивает его на равносторонний треугольник и на четырёхугольник. Пусть X и Y проекции точек B и C на прямую ℓ. Найдите длину отрезка XY, если AB=19, AC=24.**

**Задание 7: В стране 3 мегаполиса и 6 городков. Авиакомпания планирует расписание полётов между ними. Руководитель хочет, чтобы выполнялись следующие условия:**

* от любого населённого пункта до любого другого можно добраться (прямым рейсом или с пересадками);
* если из пункта A есть рейс в пункт B, то и из пункта B есть рейс в пункт A;
* из двух мегаполисов можно улететь ровно в три населённых пункта, а из одного в четыре;
* из каждого городка можно улететь ровно в один населённый пункт.

Сколько существует способов организовать такое расписание?

**Задание 8: Числа a1, a2, ……, a9 таковы, что**



Какое наибольшее значение может принимать a1?

### 11 класс

**Задание 1. Пете, Васе, Толе, Коле и Серёже выдали одинаковые наборы из четырёх карточек: 1, 5, 7, 8. Каждый случайно выбирает одну из своих карточек и выкладывает на стол. Найдите вероятность того, что произведение чисел на карточках простое число.**

**Задание 2: Если длину прямоугольного поля увеличить на 18м, а ширину увеличить на 10м, то его площадь увеличится на 8280м2. На сколько уменьшится площадь поля, если его длину уменьшить на 18м, а ширину уменьшить на 10м? Ответ выразите в квадратных метрах.**

**Задание 3: На сторонах правильного десятиугольника со стороной 2 отмечены две точки A и B. Чему может быть равна длина отрезка AB?**1
4
10
21

**Задание 4: Какой остаток при делении на 128 даёт число 26⋅33⋅512⋅2310?**

**Задание 5: Каждое из чисел от 1 до 3912 записано чернилами одного из k цветов (каждый цвет встречается). Оказалось, что для каждого цвета количество чисел этого цвета равно наименьшему числу, записанному чернилами этого цвета. При каком наибольшем k это возможно?**

**Задание 6: Жора решил систему уравнений**



Для каждого решения Жора посчитал, чему равно (x+y)2. Чему равна сумма всех чисел, посчитанных Жорой?

**Задание 7: Три окружности радиусами 3, 6, 8 расположены так, что общая хорда пересечения любых двух окружностей является диаметром меньшей из них.**



Найдите квадраты длин сторон треугольника, образованного центрами этих окружностей. Каждое число записывайте в отдельное поле в порядке возрастания.
Найдите квадрат площади треугольника, образованного центрами этих окружностей.

**Задание 8.**Пусть n>2024 натуральное число. На доске написаны натуральные числа от 2024 до n. За одну операцию робот берёт два наибольших числа на доске и заменяет их на их разность, тем самым уменьшая количество чисел на доске. Через некоторое время на доске останется только одно число. Сколько существует натуральных n<8000, для которых это число будет равно 0?

**Официальные задания и ответы ВсОШ для 7, 8, 9, 10, 11 класса школьного этапа 2024/25 всероссийской олимпиады школьников ВсОШ по Математике г. Москва 15.10.2024 на официальном сайте МЭШ –** [**school.mos.ru**](http://school.mos.ru) **.**