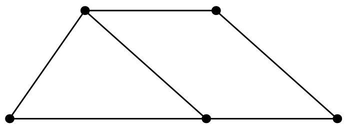
Вариант 1А.

Смотреть разбор VK

Часть 1.

№1. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.

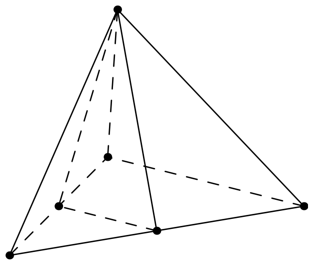


Ответ:

№2. Даны векторы $\vec{a}(3;\ 3)$, $\vec{b}(9;\ 8)$ и $\vec{c}(13;\ 29)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Ответ:

№3. От треугольной пирамиды, объём которой равен 34, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ:

№4. Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

Ответ:

№5. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ:

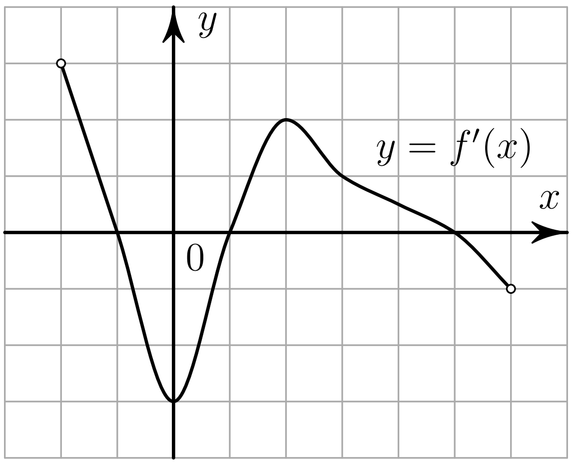
№6. Найдите корень уравнения $(2x-5)^2=(2x+2)^2$.

Ответ:

№7. Найдите значение выражения $\dfrac{1{,}5 \cdot \cos(35^\circ)}{2 \cdot \sin(55^\circ)}$.

Ответ:

№8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2;\ 6)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ:

№9. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону

$$h(t) = 1{,}8 + 8t - 5t^2,$$

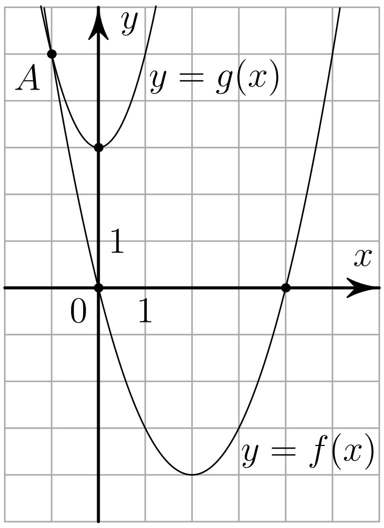
где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Через сколько секунд после броска мяч окажется на той же высоте, с которой начал движение?

Ответ:

№10. Почтальон выехал из пункта A в 16.00 и должен доехать до пункта B к 19.00. Однако, проехав треть пути, почтальон обнаружил, что забыл посылку. Во сколько раз нужно увеличить скорость почтальону, чтобы, вернувшись за посылкой, прибыть в B к назначенному времени?

Ответ:

№11. На чертеже изображены графики двух квадратичных функций с целыми коэффициентами. Графики пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ:

№12. Найдите точку максимума функции $f(x) = \dfrac{1}{2x+1} + 2x$.

Ответ:

Часть 2.

№13. а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x + 3\sin x + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\cos 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

№14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 12, высота SH равна $6\sqrt{3}$. Точка K — середина бокового ребра SD, а точка N — середина ребра CD. Плоскость AKB пересекает боковое ребро SC в точке P.
а) Докажите, что прямая KP пересекает отрезок SN в его середине.
б) Найдите расстояние от точки P до плоскости SAB.

№15. Решите неравенство

$$\log_2 x + 2\log_x 2 \geq \frac{3}{\log_2^3 x}.$$

№16. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 3,3 млн руб. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годах долг остаётся равен 3,3 млн руб.;
- платежи в 2030 и 2031 годах должны быть равны;
- к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью. Найдите разницу между последним и первым платежами.

№17. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана точка M такая, что $AM = MC$. Точка O — центр окружности, вписанной в треугольник AMD.
а) Докажите, что точка O лежит на диагонали AC.
б) Найдите MD, если $AB = 3$, $BC = 5$, $\angle BAD = 60°$.

№18. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (x-1)\sqrt{2x-a} = x$$

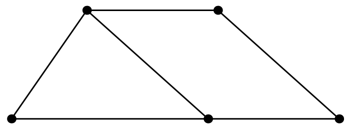
имеет ровно один корень.

№19. Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.
а) Можно ли получить из числа 128 число 29?
б) Можно ли получить из числа 128 число 31?
в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

Вариант 1Б.

Часть 1.

№1. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 6, отсекает треугольник, периметр которого равен 12. Найдите периметр трапеции.

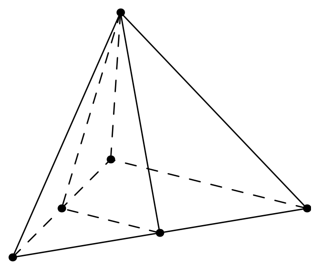


Ответ:

№2. Даны векторы $\vec{a}(10;\ 1)$, $\vec{b}(5;\ 4)$ и $\vec{c}(7;\ 8)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Ответ:

№3. От треугольной пирамиды, объём которой равен 19, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ:

№4. Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,71, а вероятность того, что он прослужит более 3 лет, равна 0,58. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 3 лет?

Ответ:

№5. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 4. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска?

Ответ:

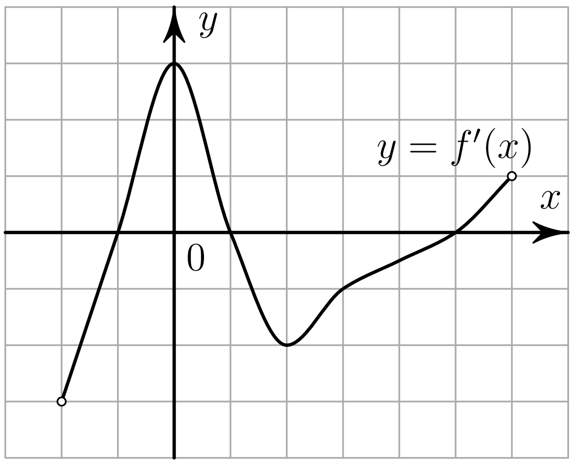
№6. Найдите корень уравнения $(3x-2)^2 = (3x-1)^2$.

Ответ:

№7. Найдите значение выражения $\dfrac{3 \cdot \sin(20^\circ)}{2{,}5 \cdot \cos(70^\circ)}$.

Ответ:

№8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2;\ 6)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ:

№9. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону

$$h(t) = 2{,}5 + 5t - 4t^2,$$

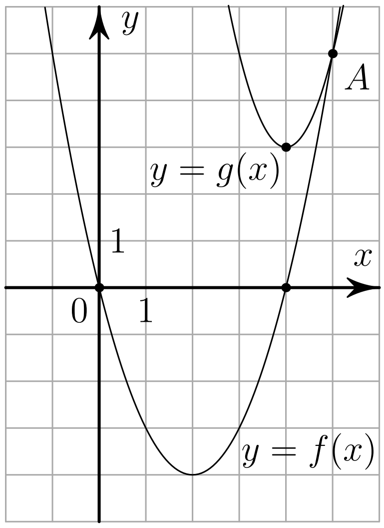
где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Через сколько секунд после броска мяч окажется на той же высоте, с которой начал движение?

Ответ:

№10. Почтальон выехал из пункта A в 16.00 и должен доехать до пункта B к 20.00. Однако, проехав пятую часть пути, почтальон обнаружил, что забыл посылку. Во сколько раз нужно увеличить скорость почтальону, чтобы, вернувшись за посылкой, прибыть в B к назначенному времени?

Ответ:

№11. На чертеже изображены графики двух квадратичных функций с целыми коэффициентами. Графики пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ:

№12. Найдите точку минимума функции $f(x) = \dfrac{1}{2x+3} + 8x$.

Ответ:

Часть 2.

№13. а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x - 2\sqrt{2}\sin x + \sqrt{2} - 2 = (\sqrt{2} - 2) \cdot \cos 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0;\ \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

№14. В правильной четырехугольной пирамиде $TMNKP$ сторона основания равна 6, высота TO равна $6\sqrt{2}$. Точка A — середина бокового ребра TP, а точка B — середина ребра KP. Плоскость MAN пересекает боковое ребро TK в точке C.

а) Докажите, что прямая AC пересекает отрезок TB в его середине.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости TMN.

№15. Решите неравенство

$$\log_2 x - 2\log_x 2 \geq \frac{8}{\log_2^3 x}.$$

№16. В июле 2027 года планируется взять кредит на пять лет в размере 4,6 млн руб. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2028, 2029 и 2030 годах долг остаётся равен 3,3 млн руб.;
- платежи в 2031 и 2032 годах должны быть равны;
- к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью. Найдите разницу между последним и первым платежами.

№17. На стороне TR параллелограмма $QTRS$ выбрана точка A такая, что $QA = RA$. Точка I — центр окружности, вписанной в треугольник QAS.
а) Докажите, что точка I лежит на диагонали QR.
б) Найдите AS, если $QT = 2$, $TR = 3\sqrt{3}$, $\angle TQS = 30°$.

№18. Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (x+3)\sqrt{2x-a} = 3 - 2x$$

имеет ровно один корень.

№19. Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить удвоенную сумму его цифр, либо вычесть удвоенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.
а) Можно ли получить из числа 101 число 7?
б) Можно ли получить из числа 101 число 6?
в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 101?

Ответы на вариант 1А.

№1.	23.	№4.	0,2.	№7.	0,75.	№10.	2.
№2.	25.	№5.	0,42.	№8.	2.	№11.	21.
№3.	8,5.	№6.	0,75.	№9.	1,6.	№12.	-1.

№13. а) $-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{3}+2\pi n, \pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ 3\pi,\ \dfrac{10\pi}{3}$.

№14. б) $3\sqrt{3}$.

№15. $\left[\frac{1}{2};\ 1\right)\cup[2;\ +\infty)$.

№16. 1 500 000.

№17. б) $\dfrac{\sqrt{2011}}{13}$.

№18. $(0;\ 2]$.

№19. а) Да; б) Нет; в) 2.

Ответы на вариант 1Б.

№1.	24.	№4.	0,13.	№7.	1,2.	№10.	1,5.
№2.	13.	№5.	0,5.	№8.	4.	№11.	7.
№3.	4,75.	№6.	0,5.	№9.	1,25.	№12.	1,25.

№13. а) $-\dfrac{3\pi}{4}+2\pi n,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi n,\ \pi n,\ \dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $0,\ \dfrac{\pi}{2},\ \pi,\ \dfrac{5\pi}{4}$.

№14. б) $2\sqrt{2}$.

№15. $\left[\frac{1}{4};\ 1\right)\cup[4;\ +\infty)$.

№16. 2 000 000.

№17. б) $\dfrac{\sqrt{2451}}{24}$.

№18. $\{-22\}\cup(-6;\ 2]$.

№19. а) Да; б) Нет; в) 3.